

1. Из всех прямых пересекающих две прямые $R1: (x+3)/2 = (y-5)/3 = z/1$ и $R2: (x-10)/5 = (y+7)/4 = z/1$ найти ту, которая была бы параллельна прямой

$$R3: (x+2)/8 = (y-1)/7 = (z-3)/1$$

Уравнение прямой, проходящей через точку $(x_1; y_1; z_1)$, не принадлежащую прямой $R3$, параллельно этой прямой, имеет вид:

$$R4: \frac{x - x_1}{8} = \frac{y - y_1}{7} = \frac{z - z_1}{1}$$

Пусть точка $(x_1; y_1; z_1)$ – точка пересечения прямых $R1$ и $R4$, а точка $(x_2; y_2; z_2)$ – точка пересечения прямых $R2$ и $R4$. Тогда $(x_2; y_2; z_2)$ удовлетворяет уравнению

$$R4: \frac{x_2 - x_1}{8} = \frac{y_2 - y_1}{7} = \frac{z_2 - z_1}{1}. \text{ Полагая } \frac{x_2 - x_1}{8} = \frac{y_2 - y_1}{7} = \frac{z_2 - z_1}{1} = t, \text{ получим:}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 - x_1 = 8t \\ y_2 - y_1 = 7t \\ z_2 - z_1 = t \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_2 = x_1 + 8t \\ y_2 = y_1 + 7t \\ z_2 = z_1 + t \end{array} \right. \quad (*) \quad \left| \quad (x_1; y_1; z_1) \text{ принадлежит прямой } R1, \text{ поэтому} \right. \quad \frac{x_1 + 3}{2} = \frac{y_1 - 5}{3} = \frac{z_1}{1} \quad (1)$$

Из уравнения (1) выразим x_1 и y_1 через z_1 : $x_1 + 3 = 2z_1 \Leftrightarrow x_1 = 2z_1 - 3$;

$$y_1 - 5 = 3z_1 \Leftrightarrow y_1 = 3z_1 + 5. \text{ Итак, } \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 2z_1 - 3 \\ y_1 = 3z_1 + 5 \end{array} \right. \quad (2)$$

Подставим эти выражения для x_1 и y_1 в систему (*):

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = 2z_1 + 8t - 3 \\ y_2 = 3z_1 + 7t + 5 \\ z_2 = z_1 + t \end{array} \right. \quad (**) \quad \left| \quad (x_2; y_2; z_2) \text{ принадлежит прямой } R2, \text{ поэтому} \right. \quad \frac{2z_1 + 8t - 3 - 10}{5} = \frac{3z_1 + 7t + 5 + 7}{4} = z_1 + t \quad (3)$$

$$\text{Из (3): } \frac{2z_1 + 8t - 13}{5} = \frac{3z_1 + 7t + 12}{4} = z_1 + t \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2z_1 + 8t - 13 = 5z_1 + 5t \\ 3z_1 + 7t + 12 = 4z_1 + 4t \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3z_1 - 3t = -13 \\ z_1 - 3t = 12 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2z_1 = -25 \\ 3t = z_1 - 12 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} z_1 = -12,5 \\ 3t = -24,5 \end{array} \right. \Leftrightarrow z_1 = -12,5; \quad t = -\frac{49}{6}.$$

Из (2) находим $x_1 = -12,5 \cdot 2 - 3 = -28$; $y_1 = -12,5 \cdot 3 + 5 = -32,5$.

Подставим найденные значения в $R4$: $\frac{x + 28}{8} = \frac{y + 32,5}{7} = \frac{z + 12,5}{1}$ – это и есть искомое уравнение.

Р.С. Проверку того, что найденные значения $(x_1; y_1; z_1)$ удовлетворяют уравнению $R1$, а значения $(x_2; y_2; z_2)$, вычисляемые по формулам (*) здесь не привожу, но уверяю, что я её проделал.